

# CONCEPTOS ABSTRACTOS, NOTACIONES Y CONVENCIONES EN LA ENSEÑANZA DE CIENCIAS FÍSICAS UNIVERSITARIAS

Richard A. Campusano<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Universidad de La Serena (Chile), Depto. de Física y Astronomía. e-mail: rcampusano27@gmail.com

<sup>2</sup> Centro de Información Tecnológica, Monseñor Subercaseaux N° 667, La Serena - Chile.

Artículo recibido el 18 de septiembre de 2017 Artículo aprobado tras revisión el 26 de octubre de 2017

## RESUMEN

En la presente investigación se discuten y analizan algunos conceptos abstractos, notaciones, nomenclaturas y convenciones que dificultan el aprendizaje de conceptos físicos que posteriormente repercuten en los estudiantes en la correcta ejecución, aplicación e interpretación de los mismos, dada la diversidad de notaciones y definiciones para un mismo concepto. Entre estos se discuten conceptos tales como cero vectores y cero escalar, decimales y cifras significativas, velocidad media y velocidad promedio, trabajo mecánico y sus restricciones, convenciones de signos, entre otros. Se revisaron diversas fuentes de información en las que se presume que el lector ha de conocer las limitaciones de las fórmulas o leyes a aplicar, además de definiciones y notaciones diversas para conceptos iguales. El trabajo aboga por una mayor uniformidad en la notación técnica y por una definición más clara de conceptos complejos y que poseen grados variables de dificultad para su aprendizaje. Se concluye que el docente debe explicar estos conceptos de diversas notaciones y definiciones, al comienzo de sus cursos.

**Palabras clave:** notaciones, aprendizaje de conceptos físicos, estudiantes

## ABSTRACT

In this research we discuss and analyze some abstract concepts, notations, nomenclatures and conventions that hinder the learning of physical concepts that subsequently affect students in their correct execution, application and interpretation, given the diversity of notations and definitions for the same concept. Among these, concepts such as zero vectors and zero scalar, decimals and significant figures, average speed and average speed, mechanical work and its restrictions, sign conventions, among others, appear. Various sources of information were reviewed in which it is presumed that the reader must know the limitations of the formulas or laws to be applied, as well as definitions and different notations for the same concepts. This work advocates for greater uniformity in technical notation and for a clearer definition of complex concepts that also have variable degrees of difficulty for their learning. It is concluded that the teachers must explain these notation and definition concepts at the beginning of their courses.

**Keywords:** notations, learning of physics concepts, students

## INTRODUCCIÓN

Las ciencias físicas, a diferencia de las humanas, se caracterizan por la enunciación y generalización de leyes, postulados o similares, basados en supuestos no siempre concretos, más bien de índole abstracta que se consideran *a priori* como verdaderos, dado que la ciencia presupone sus objetos como ya dados (Meis, 2001). De ahí en adelante se van construyendo nuevos teoremas o afines. La construcción de la ciencia, es en cierta forma secuencial, requiere el dominio de conceptos, antes de los venideros, -no se inscribe en la Universidad Física II, sin antes haber aprobado Física I-. No obstante, al ir avanzando en los cursos universitarios, en los últimos años lectivos, los estudiantes muestran déficit referentes a competencias básicas de matemática (Güichal, Guala, Malet y Oscherov, 2006). El aprendizaje por tanto, es un complejo sistema en el que están ligados fenómenos de generalización, discriminación, abstracción, entre otros, involucrando, para tener éxito, enseñanza eficaz y maestros efectivos (Bermeosolo, 2007). No hay por tanto una secuencia lineal para el proceso enseñanza-aprendizaje, ejemplo de ello, la enseñanza de las fracciones, en la que no es necesario partir enseñando con denominadores comunes (Meert, Grégoire y Noël, 2010)

La instrucción, -distinto de educación-, de cualquier ciencia o disciplina, requiere por parte de quien la enseña, claridad temática, de tal forma que al ser compartida a otros, cumpla con la rigurosidad conceptual, para que el concepto no sea trivializado o reducido y quien tenga acceso a él lo reciba correctamente, más allá que posteriormente el receptor lo ponga en práctica tal y cual le fue conferido. La enseñanza es un acto complejo que no se reduce a la mera transmisión de conocimiento, que además en el diálogo emisor – receptor, se producen tergiversaciones o malos entendidos. El reconocido epistemólogo Humberto Maturana (2005) critica a los científicos enfatizando que éstos en su mayoría, no están conscientes de las implicancias epistemológicas y ontológicas de su quehacer, señalando que el emisor es responsable de lo que dice, no de lo que el receptor entiende. Quien tenga acceso a la fuente de información, no necesariamente captará lo que la fuente pretende entregar. Al hablar de fuente de información puede ser animada (un instructor) o inanimada (texto o software educativo).

También puede suceder con respecto a procesamiento de información, desde el punto de vista de la neurociencia, que la entrada sea correcta, el procesamiento equívoco y por tanto la salida también, o la entrada parcialmente correcta, el procesamiento tal vez errático y la salida correcta. Lo anterior ha hecho que el interés por la neurociencia haya crecido desde los años 60 del siglo XX a la fecha, pero “a pesar de este marcado crecimiento, lo cierto es que persisten aún muchos obstáculos epistemológicos, conceptuales y metodológicos, inherentes a tal articulación interdisciplinaria” (Sigman y Lipina 2011, p. 18). Por ejemplo, “la misma explicación que a uno aclara a otro confunde” (Calvo, 2014, p. 82).

En cursos de ingeniería los estudiantes presentan conceptos previos erróneos, dificultades en el correcto uso del lenguaje matemático e ignorancia en contenidos de notación (Güichal, Guala, Malet y Oscherov, 2006) (Zuza, Almudi y Guisasola, 2012). Si a lo anterior se suma, un mal instructor o docente, sin duda, el resultado será un fracaso del estudiante (López de Maturana, 2009). Sin embargo, la equivocación es necesaria en el mundo educativo por cuanto, a través de ella se aprende y no se puede salvar una equivocación a priori (Calvo, 2014).

En la sección “*Advertencia al profesor*” del texto de Alonso y Finn (1999) se pone énfasis en que el docente anime al estudiante para el estudio a diversas fuentes de información, fuentes que se presumen con tópicos, objetivos y notaciones para casos particulares. Purcell, Varberg y Rigdon, (2007) alientan al estudiante a que tenga acceso a su texto de cálculo, a leer, entender y estudiar las secciones que prueban el dominio del vocabulario elemental y básico, por medio de un conjunto de preguntas al final de cada sección. Lo anterior es necesario pero no suficiente Un

concepto, para los estudiantes, “si no lo entienden, no es por falta de buena voluntad, sino porque lo que al experto le parece evidente, a los alumnos les parece complicado y arbitrario” (Perrenoud, 2005, p. 22).

A modo de resumen, sumando la complejidad comunicativa del diálogo receptor-emisor, lo variado y diverso del lenguaje técnico de las fuentes de información, etc., forman un conjunto de factores que intervienen en el correcto aprendizaje de las ciencias físicas. En este documento, se hace referencia a cuestiones específicas, notaciones y omisiones que dificultan el aprendizaje de éstas, además de suposiciones razonables y situaciones abstractas, para la correcta aplicación de leyes o fórmulas físicas. Dichos casos son divididos en las siguientes secciones.

## MATEMÁTICA ELEMENTAL

Se presentan dos casos: *Caso 1)* Clarificando conceptualmente el *cero vector* y el *cero escalar*, en especial con el uso de unidades y de vectores unitarios cuando se trata de un vector; y *Caso 2)* referente al *uso adecuado de los convenios de cifras significativas y decimales*.

### Caso 1: Cero vector y cero escalar

Es habitual que al desarrollar un ejercicio no sólo de índole física, al llegar a un resultado “nulo”, sea velocidad, rapidez, trabajo, etc., sencillamente se escriba el cero. El cero por sí solo es un número real, distinto del cero vector, a saber:

Se dice que una magnitud es un escalar cuando el conjunto de sus valores se puede poner en correspondencia biunívoca y continua con el conjunto de los números reales o una parte del mismo [...] Una magnitud se llama vectorial cuando el conjunto de sus valores puede ponerse en correspondencia biunívoca y continua con el conjunto de los segmentos orientados que parten de un mismo origen o con una parte del mismo (Santaló, 1969, p. 13).

Si un móvil recorre una trayectoria cerrada de longitud “ $u$ ” en un instante de tiempo “ $t$ ”, la velocidad media es cero vector unidades de longitud dividido por unidades de tiempo, no simplemente 0 (cero):

$$(1) \quad \vec{v}_m = \vec{0} \left[ \frac{u}{t} \right]$$

Donde “ $u$ ”, en este caso (ec. 1) representa unidades de longitud y “ $t$ ” unidades de tiempo. Son importantes las unidades de medición, aun cuando vayan precedidas de un cero real o cero vector, por el respectivo análisis dimensional. Si solo se escribe un cero, se está diciendo implícitamente que un vector (velocidad) es igual a un escalar (rapidez). En definitiva:

0 (cero real)  $\neq$   $(0, 0, 0) = 0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k} = 0\hat{x} + 0\hat{y} + 0\hat{z} = 0\hat{\mu}_x + 0\hat{\mu}_y + 0\hat{\mu}_z$  (cero vector, también llamado vector nulo, en sus distintas formas en 3D)

No es una cuestión de sutileza el distinguir el cero real del escalar. Según Salgado y Trigueros (2014)

Un tema importante en el estudio del Álgebra Lineal es el de los valores, vectores y espacios propios [...] Los estudios realizados en el contexto de la Educación Matemática

indican que la mayoría de los alumnos suelen memorizar los algoritmos relacionados con estos conceptos durante el curso pero no los comprenden [...] (p. 76)

### Caso 2: Uso de decimales y cifras significativas

El uso de decimales en algunas aplicaciones tiene suma importancia, en otras en cambio casi ninguno. En la Tabla 1, se presentan tres ejemplos comunes vistos en cualquier curso introductorio de matemática o física en donde el uso de una constante con o sin decimales, no altera mayormente el resultado final.

Calcular el área de una circunferencia de radio 5 [m]		
pi	Área	error
3.141592654	78.54	4.72
3	75.00	

Energía potencial de un cuerpo de 15 [Kg] a 10 [m] de altura		
g	Energía pot	error
9.8	1470	2.00
10	1500	

Convertir 500° C a grados kelvin		
°C	a K	error
273	773	0.02
273.15	773.15	

**Tabla 1**

*Cálculo de tres magnitudes utilizando aproximaciones decimales*

Por ejemplo, agua a una atmosfera a 99,8° C es líquida, a 100° C, es gas, “Por lo tanto las formas en que se presentan las leyes de la termodinámica y las propiedades asociadas que son requeridas en sus aplicaciones consideran simplificaciones razonables y adecuadas, que no alteran los resultados ni sus consecuencias” (Valderrama, 2014, p. 23). El uso de decimales, depende por tanto del contexto de trabajo. Por ejemplo, en cuestiones astronómicas, (ec. 2, fórmula clásica de evaluación de la integral de la refracción pura de Laplace), sí es importante la cantidad de decimales:

$$R_p = 60",29 \tan dz' - 0",0669 \tan^3 dz' \quad (2)$$

La ec. (2) puede ser expandida en la ec. (3), la que da resultados óptimos para alturas superiores a 20°, que aun así no es para observaciones de alta precisión (Achútegui, 2000). El mismo autor señala la importancia de los decimales en cálculos de navegación.

$$R_p = 60",29 \tan dz' - 0",0669 \tan^3 dz' + 0",00022 \tan^5 dz' - 0",0000012 \tan^7 dz' \quad (3)$$

La situación de uso de decimales se amplía con la incertidumbre y los convenios de las cifras significativas. Serway y Jewett (2008) y Moreno (2010) detallan los convenios acerca de éstas. Serway y Jewett (2008, p. 13) dan el ejemplo de calcular el área de una habitación de 12.71

[m] de longitud por 3.46 [m] de ancho para instalar una alfombra. Serway y Jewett (2008) hacen notar que introduciendo los números anteriores en la calculadora obtenemos 43.9766 [m<sup>2</sup>] y siguiendo el convenio de cifras significativas, lo correcto es 44.0 [m<sup>2</sup>]. Si es un curso de teoría de errores, se presume, el tema de decimales y cifras significativas es relevante. Sin embargo, seguir estrictamente los convenios de cifras significativas, no asegura un resultado con menos incertidumbre, Moreno (2010, p. ii) concluye: “[...] la realización de operaciones aritméticas con cifras significativas hace que en ocasiones aumente la incertidumbre respecto a lo esperado, que es considerar en una unidad la incertidumbre del último dígito de un número”. Gracias a hojas de cálculo (Excel) se puede ahorrar el utilizar el convenio de cifras significativas. Más relevante y real es en cuestiones de economía, donde una diferencia de decimales involucran millones de dólares en el presupuesto nacional, como sucede con el caso del Cobre en Chile (Larraín, 2016).

### CONCEPTOS DE FÍSICA GENERAL

En esta sección se presenta lo siguiente: caso 3) *Velocidad media y velocidad promedio*, en que se comparan definiciones de diversos textos; caso 4) *El trabajo mecánico y sus restricciones*, para llegar a la expresión más simple

$$(W \approx F_x \Delta x)$$

#### Caso 3: velocidad media y velocidad promedio

La velocidad es un concepto básico e indispensable para comprender las leyes que rigen el movimiento, pero algunas definiciones podrían llevar al estudiante a confundirse (ver Tabla 2)

Definición	Ref.
<p>La velocidad promedio <math>v_{x, prom}</math> de una partícula se define como el desplazamiento <math>\Delta x</math> de la partícula dividido entre el intervalo de tiempo <math>\Delta t</math> durante el que ocurre dicho desplazamiento</p> $v_{x, prom} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t}$	<p>Serway y Jewett (2008, p. 21)</p>
<p>La velocidad media se define en términos del desplazamiento, o variación de la posición de un objeto, que tiene lugar en un intervalo especificado de tiempo</p>	<p>Kane y Sternheim (2000, p.7)</p>
<p>La velocidad promedio en un intervalo, es el desplazamiento (cambio de posición) dividido entre el intervalo temporal durante el cual ocurre el desplazamiento, es decir:</p> $\bar{v}_{pro} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$	<p>Resnick, Halliday y Krane (2006, p.18)</p>
<p>Definimos la velocidad media del auto durante este intervalo de tiempo como una cantidad vectorial, cuya componente x es el cambio en x dividido entre el intervalo de tiempo</p> $v_{med-x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	<p>Young y Freddman (2009, p. 37s)</p>

**Tabla 2**

Definiciones de velocidad media y promedio de diferentes fuentes de información

Las definiciones de la Tabla 2, hacen referencia al cociente entre el cambio de posición (desplazamiento o corrimiento) y el tiempo transcurrido, con diferentes notaciones refiriéndose como velocidad promedio y velocidad media.

#### Caso 4: El trabajo mecánico y sus restricciones

De manera genérica el trabajo mecánico se define como:

$$\Sigma W = W_{\text{neto}} = \int (\Sigma \vec{F}) \cdot d\vec{r} \quad (4)$$

La ec. 4 es válida, si el sistema se modela como partícula (Serway y Jewett, 2008). Un caso particular, es el movimiento rectilíneo, que no existe en la naturaleza, en la cual la ec. (4) se puede reducir y aproximar a la ec. (5):

$$W \approx F_x \Delta x \quad (5)$$

La línea recta es una circunferencia de radio infinito, suposición que se utilizará en el caso del movimiento rectilíneo, caso particular del curvilíneo (Ayes y Mendelson, 2009). La ec. (5), también tiene restricciones, por cuanto  $F_x$  debe ser aproximadamente constante en un intervalo de tiempo pequeño (Serway y Jewett, 2008). Queda al buen juicio del lector, establecer qué se entiende por tiempo pequeño.

En la ec. (5), si el desplazamiento es nulo, lo que sucede en toda trayectoria cerrada (v.g., circunferencial o elíptica) se obtiene que el trabajo mecánico es nulo, sólo si la fuerza es conservativa, ec. (6), siendo el desplazamiento medido en metros [m], la fuerza en newton [N], en el Sistema Internacional (S.I.) obtenemos el resultado de la ec. (7):

$$F_x = -\frac{dU}{dx} \quad (U = \text{energía potencial, no energía interna}) \quad (6)$$

Las fuerzas conservativas no existen en la naturaleza, sistemas reales se aproximan a ella bajo ciertas restricciones.

$$W \approx F_x \cdot 0[\text{m}] = 0[\text{N} \cdot \text{m}] = 0[\text{J}] \quad (7)$$

#### CONCEPTOS DE TERMODINÁMICA

En esta sección se presentan casos específicos de termodinámica: *Caso 5) Nomenclaturas diferentes y convención de signo*, similar al caso 3; y *caso 6) Suposiciones razonables y abstracción en termodinámica*, para abordar problemas en situaciones inateriales.

#### Caso 5: Nomenclaturas diferentes y convención de signo

La primera Ley de la termodinámica para sistemas cerrados, puede ser encontrada como la ec.

$$(8): \quad U_2 - U_1 = \Delta U = Q - W \quad (8)$$

Así, cuando se agrega calor  $Q$  a un sistema, una parte de esta energía agregada permanece en el sistema, modificando su energía interna en una cantidad  $\Delta U$ ; el resto sale del sistema cuando éste efectúa un trabajo  $W$  contra su entorno. Puesto que  $W$  y  $Q$  pueden ser positivos, negativos o cero,  $\Delta U$  puede ser positiva, negativa o cero para diferentes procesos” (Young y Freedman 2009, p. 652).

Serway y Jewett (2008, p. 567) presentan la primera ley como la ec. (9)

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W \quad (9)$$

Justifican el cambio de la letra “U” por “E”, dado que históricamente la “U” es utilizada en física como energía potencial (como en la ec. 6). Las ecuaciones 8 y 9 son equivalentes, con notaciones y convenio de signos diferentes, pero han de producir confusión si no se tiene un bagaje físico elemental. El docente ha de prevenir al estudiante que al estudiar de otros textos, se encontrará con diferentes notaciones que lo pueden llevar a confusiones conceptuales, como los presentados en la Tabla 3.

Concepto	Notación	Ref.
Eficiencia de para un ciclo de Carnot	$e$	Serway y Jewett (2008) Kane y Sternheim (2000)
	$\eta$	Sears y Salinger (1978)
Número de Euler	$e$	Purcell, Varberg y Rigdon, (2007), Taylor y Wade (1966)
Carga del protón	$e$	Kane y Sternheim (2000)
Viscosidad	$\eta$	Kane y Sternheim (2000)
Coefficiente de roce	$\mu$	Serway y Jewett (2008)
Micro ( $10^{-6}$ )	$\mu$	Kane y Sternheim (2000)
Entalpía	$i$	Agüera (1977)
Número imaginario	$i$	Purcell, Varberg y Rigdon, (2007)
Hamiltoniano y Entalpía	$H$	Reed y Gubbins (1973)
Vectores unitarios	$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$	Serway y Jewett (2008)
	$i, j, k$ (sin acento circunflejo)	Taylor y Wade (1966)
	$u_x, u_y, u_z$	Alonso y Finn (1999)
Energía del estado base del Hidrógeno	$G$	Serway y Jewett (2008)
Constante gravitatoria	$G$	Kane y Sternheim (2000)

**Tabla 2**

Notaciones diversas para conceptos físicos termodinámica y otros.

Serway y Jewett (2008) utilizan la notación  $\text{sen}^{-1}$ ,  $\text{cos}^{-1}$  y  $\text{tag}^{-1}$ , para referirse a las funciones trigonométricas inversas, las que estrictamente son arcoseno, arccoseno y arcotangente, las que se confunden con las recíprocas cosecante, secante y cotangente. Por cuestiones de barreras geográficas de antaño o trabajos similares paralelos, hicieron que unas notaciones se arraigaran más que otras, como el uso del punto o de la coma para separar decimales.

## Caso 6: Suposiciones razonables y abstracción en termodinámica

Muchas aplicaciones en las ciencias son bajo ciertas condiciones o sistemas “ideales” (adiabáticos, isotérmicos, etc.) que no existen en la naturaleza. Fuera de los sistemas ideales, las leyes o fórmulas físicas cambian. Algunas definiciones son abstractas y difíciles de imaginar, por ejemplo: “un gas perfecto es un gas imaginario, al cual tienden los gases reales a medida que su presión disminuye” (Agüera, 1977, p. 35).

Un ejemplo son las aplicaciones de las leyes de la termodinámica, que son para sistemas en equilibrio termodinámico: “Un sistema que está en equilibrio térmico, mecánico y químico se dice que está en equilibrio termodinámico. Fundamentalmente consideraremos sistemas que estén en equilibrio termodinámico o aquellos que discrepen muy poco de este equilibrio” (Sears y Salinger, 1978, p. 19). Se debe ser capaz de dilucidar cuando un sistema se aproxima al equilibrio para la utilización de las leyes correspondientes, o cuándo un sistema real se puede considerar ideal.

El caso de un termo de buena calidad, que durante un tiempo prudente (un par de horas) tiene comportamiento adiabático, pero transcurrido el tiempo para el cual fue diseñado el termo, el agua estará a temperatura ambiente. Teóricamente el equilibrio térmico entre dos cuerpos en contacto, se alcanza en un tiempo infinito. Anteriormente se habló de una circunferencia de radio infinito, ahora de tiempo infinito, consideraciones complejas de visualizar. Nadie ha medido un tiempo infinito con su cronómetro. Se requiere un nivel considerable de abstracción para dichos casos. Lo anterior obedece a un problema de “nuestros sentidos” como seres humanos, en cuanto que son percepciones (Vial, 2006).

La ec. (10) es la *ecuación de estado* de la sustancia. En algunos casos intervienen otras propiedades como lo son “área y la tensión superficial de una superficie líquido – vapor, la imanación y la densidad de flujo en un material magnético y la carga en una célula electrolítica” (Sears y Salinger, 1978, p. 28). Se debe ser capaz de suponer razonablemente cuando puedo o no utilizar la ec. (10).

$$f(P, V, T, m) = 0 \quad (11)$$

## CONCLUSIONES

En este trabajo se concluye que para un buen proceso de enseñanza-aprendizaje de conceptos físicos el docente: (i) tener una instrucción educacional, epistemológica y neurocientífica para una correcta enseñanza, en especial en situaciones de alto nivel de abstracción epistemológica; (ii) debe dar a conocer a los estudiantes las notaciones usuales que pueden encontrar en los libros de estudio de la bibliografía recomendada; (iii) mencionar a los estudiantes las restricciones y suposiciones “razonables” para la buena utilización de un concepto físico, en especial lo concerniente a leyes o fórmulas físicas; (iv) fomentar en el estudiantado el pensamiento crítico del uso de decimales y cifras significativas según el contexto de aplicación; (v) como posible solución, los catedráticos de la institución de educación superior podrían estandarizar las notaciones que utilizarán; (vi) en el caso de Chile, la SOCHIFI (Sociedad Chilena de Física) podría estandarizar las notaciones y nomenclaturas de conceptos físicos a utilizarse a nivel nacional.

## AGRADECIMIENTOS

Al Centro de Información Tecnológica (La Serena-Chile) por instalaciones informáticas y bibliotecarias; a la Dirección de Investigación y Desarrollo y al Departamento de Física y Astronomía de la Universidad de La Serena (Chile), por un apoyo permanente e intelectual para la realización de este trabajo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Achútegui, J. (2000). *Aportación de las correcciones astronómicas a la precisión de la situación. Estudios e investigaciones marinas*, 1(1), 69-86. Sociedad Española de Estudios Científicos Marinos (SEECMAR). Recuperado de <https://goo.gl/8bWZYJ>.
- Agüeda, J. (1977). *Tratado lógico de termodinámica*. 3ª Ed. Madrid, España: Litoprint.
- Alonso, M. y Finn, E. (1999). *Física I. Mecánico*. México: Pearson Educación.
- Ayres, F. y Mendelson, E. (2010). *Cálculo*. 5ª Ed. México: Mc Graw Hill.
- Bermeosolo, J. (2007). *Cómo aprenden los seres humanos. Mecanismos psicológicos del aprendizaje*. 2a Ed. Santiago, Chile: Universidad Católica de Chile. Chile
- Calvo, C. (2014). *Del mapa escolar al territorio Educativo: Diseñando la escuela desde la educación*. 5º Ed. Santiago, Chile: Nueva Mirada.
- Güichal, E., Guala, G., Malet, A., Oscherov, V. (2006). *La enseñanza del cálculo desde una ingeniería didáctica. I REPEM – Memorias Santa Rosa, La Pampa, Argentina*. Recuperado de: <https://goo.gl/7y6QeR>.
- Kane, J. y Sternheim, M. (2000). *Física*. 2ª Ed. Barcelona, España: Reverté S.A.
- Larraín, G. (2016). *Chile. Desafíos de la era post mineral. Economía & Administración. Especial: Chile después del Súper ciclo*. 165, 1-80. Recuperado de <http://revista.fen.uchile.cl/archivo/165/>
- López de Maturana, S. (2009). *Los buenos profesores: educadores comprometidos con un proyecto educativo*. La Serena: Universidad de La Serena. Chile
- Maturana, H. (2005). *La objetividad: un argumento para obligar*. Reimpresión, Santiago: Comunicaciones Noreste Ltda. Chile
- Meert, G., Grégoire, J. y Noël, M.P. (2010). *Comparing 5/7 and 2/9: Adults can do it by accessing the magnitude of the whole fractions*. *Acta Psychologica*, 135(3) 284–292. doi:10.1016/j.actpsy.2010.07.014
- Meis, A. (2001). *Antropología Teológica: Acercamientos a la paradoja del hombre*. 2ª Ed. Santiago: Universidad Católica de Chile. Chile.
- Moreno, F. (2010). *Cifras Significativas. Su utilización en el cálculo numérico y en la expresión de resultados*. Villanueva del Arzobispo, Jaén, España. Recuperado de <https://goo.gl/dkW8fQ>.
- Perrenoud, P. (2005). *Diez nuevas competencias para enseñar*, 3ª Ed. Barcelona, España: Grao.
- Purcell, E., Varberg D. y Rigdon S. (2007). *Cálculo*. 9ª Ed. México: Pearson Educación.
- Reed, T. y K. Gubbins. (1973). *Applied Statistical Mechanics. Thermodynamic and Transport Properties of Fluids*. USA: McGraw-Hill
- Resnick R., Halliday D., Krane K. (2006). *Física. Volumen Uno*. 5ª Ed. México: Compañía Editorial Continental
- Salgado H., Trigueros, M. (2014). *Una experiencia de enseñanza de los valores, vectores y espacios propios basada en la teoría APOE*. *Educación Matemática*, 26 (3), 75-107. Recuperado de: <https://goo.gl/qLunHz>.

- Santaló, L. (1969). *Vectores y tensores con sus aplicaciones*. Argentina: Universitaria de Buenos Aires
- Sears, F., y Salinger G. (1978). *Termodinámica, teoría cinética y termodinámica estadística*. Barcelona, España: Reverté, S.A.
- Serway, R. y Jewett J. (2008). *Física para ciencias e ingeniería. Volumen Uno*. 7ª Ed. México: Cengage Learnig.
- Sigman, M., Lipina S. (2011) (Ed.) *La pizarra de Babel. Puentes entre neurociencia, psicología y educación*. Buenos Aires: Libros del Zorzal. ISBN: 978-987-599-196-5,
- Taylor, H. y Wade, T. (1966). *Matemáticas Básicas, con vectores y matrices*. México: Limusa-Wiley, S.A.
- Valderrama, J. (2014). *Apuntes de Termodinámica. Plan Común Ingeniería Civil*. Universidad de La Serena-Chile. Capítulo 1. Recuperado de <https://goo.gl/Rc9bwT>.
- Vial, J. (2006). *La vía de la verdad: El discurso de la metafísica*. Santiago: Universidad Católica de Chile. Chile
- Youn, H. y Freedman, R. (2009). *Física Universitaria. Volumen UNO*. XII Edición. México: Addison-Wesley
- Zuza, K., Almudi, J., Guisasola, J. (2012). Revisión de la investigación acerca de las ideas de los estudiantes sobre la interpretación de los fenómenos de inducción electromagnética. *Revista de Investigación y Experiencias didácticas*, 30(2), 175-196.